

쿼터니언(Quaternion)

KITECH 양광웅 작성

Page365@gmail.com

말단장치가 목표점에 도달하기 위하여 이동해야 할 변화량을 계산할 때, 위치에 대한 변화량은 단순히 목표 위치에서 현재 위치를 빼는 것으로 계산할 수 있다. 하지만 말단장치의 오일러각도에 대한 변화량은 목표 자세에서 현재 자세를 빼는 것으로 계산할 수 없다.

각속도의 계산: 쿼터니언 사용

각속도를 오일러 각속도로 변환하는 대신, 오일러 각을 쿼터니언으로 변환하여 연산할 수도 있다. 여기서는 쿼터니언(quaternion)을 사용하여 각도의 차를 계산해야 하는 방법을 기술한다.

$$Q_d = \text{Quaternion}(\phi_d, \theta_d, \psi_d)$$

$$Q_c = \text{Quaternion}(\phi_c, \theta_c, \psi_c)$$

$$\Delta Q = Q_d * Q_c^{-1}$$

여기서 ϕ_d, θ_d, ψ_d 는 목표 자세를 나타내는 오일러 각이며, ϕ_c, θ_c, ψ_c 는 현재 말단장치의 자세를 나타내는 오일러 각이다.

각도의 차는 ΔQ 에서 벡터 부분 $\mathbf{\epsilon}$ 를 취함으로 얻을 수 있다.

쿼터니언의 정의와 연산자들을 살펴보자면, 쿼터니언을 스칼라 부분인 η 와 벡터 부분인 $\mathbf{\epsilon}$ 로 표시할 때 다음과 같이 표시할 수 있으며 쿼터니언의 역 Q^{-1} 은 벡터 부분인 $\mathbf{\epsilon}$ 의 부호를 바꿈으로 구할 수 있다.

$$Q = \{\eta, \mathbf{\epsilon}\} = \{\eta, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z\},$$

$$Q^{-1} = \{\eta, -\mathbf{\epsilon}\}$$

쿼터니언의 곱은 다음과 같이 계산한다.

$$Q_1 * Q_2 = \{\eta_1 \eta_2 - \mathbf{\epsilon}_1^T \mathbf{\epsilon}_2, \eta_1 \mathbf{\epsilon}_2 + \eta_2 \mathbf{\epsilon}_1 + \mathbf{\epsilon}_1 \times \mathbf{\epsilon}_2\}$$

오일러각 ϕ, θ, ψ 로 쿼터니언을 다음과 같이 계산한다.

$$\text{Quaternion}(\phi, \theta, \psi) = Q_Z(\psi) * Q_Y(\theta) * Q_X(\phi)$$

$$Q_Z(\psi) = \{\cos(\psi / 2), 0, 0, \sin(\psi / 2)\},$$

$$Q_Y(\theta) = \{\cos(\theta / 2), 0, \sin(\theta / 2), 0\},$$

$$Q_X(\phi) = \{\cos(\phi / 2), \sin(\phi / 2), 0, 0\}.$$